

## MENSURAÇÃO DE PROBABILIDADE DEFAULT E QUALIDADE DE CRÉDITO: UMA APLICAÇÃO NO MERCADO BRASILEIRO

Marcela Saldanha Ozon – FEA/USP

João Luiz Chela – FGV/SP

Daniel Reed Bergmann – FEA/USP

### Resumo

Este artigo procura aplicar um modelo estrutural para cálculo de probabilidade de inadimplência de empresas brasileiras que apresentaram deterioração por um determinado período, afim de analisar sua capacidade de detectar e até prever a piora, tomando como referência as alterações de ratings dados por agências externas no mesmo período (de 2010 a 2016). Foi utilizado o modelo de Merton (1974) para cálculo de probabilidade default (PD) ou de inadimplência de nove empresas brasileiras de capital aberto no período entre início de 2010 e final de setembro de 2016, para confronto com as alterações de rating de agências externas. Através de dados de mercado coletados, foram estimados o valor do ativo e a volatilidade do ativo, através de resolução de sistema não linear para atingir o valor do parâmetro PD com a de otimização não-linear para cada observação. É possível concluir que o modelo ajuda a prever downgrades dados pelas agências externas, através da piora da PD detectada, mesmo na realidade brasileira atual. Todas as empresas analisadas apresentaram previsão de piora da classificação de rating de agências para maioria da amostra coletada, com antecedência de 2 e 3 meses. Dentre as implicações práticas deste estudo, estão a demonstração que o modelo estrutural de Merton é capaz de prever a piora ou a melhora de uma empresa, inclusive mensurando assertivamente a probabilidade default na realidade brasileira, e que antecipa a alteração de classificação de rating de agência externa. A correta mensuração da capacidade financeira, ilustrada na probabilidade de inadimplência de uma empresa, apresenta-se importante para a correta avaliação e precificação de

operações, o que acaba reduzindo o risco de quebra do sistema financeiro.

**PALAVRAS-CHAVE:** Probabilidade de Inadimplência. Modelos Estruturais. Modelo de Merton.

### **Abstract**

This article tries to apply a structural model to calculate the probability of default of Brazilian companies that presented deterioration for a certain period, in order to analyze their capacity to detect and even predict the worsening, taking as reference the changes of ratings given by external agencies in the same period (from 2010 to 2016). The Merton (1974) model was used to calculate the default probability (PD) or default of nine Brazilian publicly traded companies in the period between early 2010 and the end of September 2016, in order to compare with the rating changes of external agencies. Through the market data collected, the value of the asset and the volatility of the asset were estimated through a nonlinear system resolution to reach the value of the PD parameter with nonlinear optimization for each observation. It is possible to conclude that the model helps to predict downgrades given by external agencies, through the worsening of the DP detected, even in the current Brazilian reality. All companies analyzed predicted to worsen the agency rating for most of the collected sample, with a 2 and 3 month advance. Among the practical implications of this study are the demonstration that the Merton structural model is capable of predicting the worsening or improvement of a company, including assertively measuring the default probability in the Brazilian reality, and anticipating the change in rating agency rating external. The correct measurement of financial capacity, illustrated in the probability of default of a company, is important for the correct evaluation and pricing of operations, which reduces the risk of financial system failure.

### **KEYWORDS**

Default Probability. Structural Model. Merton Model.

## Introdução

Riscos são assumidos sempre que há a probabilidade de obter-se um retorno de investimento que seja diferente do previsto, incluindo os maus resultados, ou seja, inferiores ao previsto, ou *downside risks*. *Stakeholders* de empresas assumem riscos, como o risco de crédito que representa a possibilidade de perda pelo não pagamento de algum tipo de dívida, decorrente de cessão de crédito que que essas empresas tenham assumido.

Parte-se da premissa que se pode mensurar o risco de crédito com alguma confiança estatística, e com base nesta medida, a probabilidade de a empresa se tornar inadimplente, por exemplo, o que permitiria tomar medidas para cancelar ou reduzir o risco incorrido. Considerando a importância de mensurar e prever o risco de crédito (*default*), os modelos utilizam, para mensuração, as componentes previstas no ambiente regulatório como PD (probabilidade *default* ou inadimplência), LGD (*Loss given default* ou perda dada a inadimplência) e EAD (*Exposure at default* ou exposição no momento da inadimplência).

Considerando a PD, ou probabilidade de uma contraparte se tornar inadimplente, pode-se destacar o modelo de Merton (1974) que utiliza a Teoria de Opções para precificação de títulos de dívida e utiliza como entrada, dados disponíveis no mercado de capital aberto. Este modelo tem como premissas que o preço das ações reflete a expectativa do mercado, e o passivo, o tamanho de suas obrigações. Os ativos da empresa são comparados à mercadoria-objeto da opção que será entregue aos credores em caso de inadimplência por parte do devedor. Se o valor dos ativos for superior ao valor da dívida, há recebimento dos credores e caso contrário, os credores poderão entrar em processo para recuperação da dívida ou mesmo inadimplir.

Esta PD é também simbolizada pela classificação de risco, ou *rating*, dada por instituições especializadas em análise de crédito, chamadas agências de *rating*, cujos serviços são utilizados como forma de avaliar o real risco de uma contraparte se tornar inadimplente.

O objetivo deste trabalho foi aplicar modelo de Merton (1974) para cálculo de probabilidade de *default* de empresas brasileiras que apresentaram deterioração por

um determinado período, afim analisar sua capacidade de detectar a piora tomando como referência as alterações de *ratings* dados por agências externas no mesmo período (de 2010 a 2016). Verificada a capacidade de o modelo detectar a deterioração das empresas, foi observada também sua previsibilidade frente essas alterações dadas pelas agências.

O restante deste trabalho foi organizado pelas seções de levantamento bibliográfico, dividido em Definições e Contextualização para colocar o leitor a par dos temas envolvidos, em Mensuração de Risco de Crédito que aprofunda em formas de mensurar de fato o risco de crédito e no modelo a ser aplicado. A seção seguinte é a de Metodologia, na qual são definidas a forma da pesquisa, as formas de aplicação do modelo e os dados utilizados para atingir o objetivo traçado e, por fim, Apresentação dos Resultados e Conclusões Finais.

## 1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 DEFINIÇÕES E CONTEXTUALIZAÇÃO

Damodaran (2007) aborda o termo risco de forma abrangente no contexto de avaliação de empresas, considera que na busca de resultados, existe a probabilidade de obter-se um retorno de investimento que seja diferente do previsto, isto pode incluir os maus resultados, ou seja, inferiores ao previsto (*downside risks*), em contraposição aos bons resultados, superiores aos previstos (*upside risks*). Para este autor, um investidor faz escolhas tomando riscos ao considerar também as oportunidades, ou seja, procura as maiores recompensas que advêm das oportunidades, expondo-se aos eventuais riscos de resultados adversos.

A visão do investidor, neste contexto, é o que deve ser considerado para chegar-se ao possível valor da empresa e, o risco de aportar recursos em prol desta é percebido por diversos *stakeholders*, e portanto deve ser medido a partir da perspectiva não apenas de qualquer investidor, em ações no caso de companhias abertas, por exemplo, mas pela do chamado investidor marginal, aquele com mais chance de negociar a ação a qualquer momento.

Para Markowitz (1952), o investidor é suscetível a reduzir seu risco, medido pela variância do retorno, alcançando maior retorno possível, medido pela média de retorno esperado, o máximo retorno que puder, ao diversificar os investimentos de seu portfólio e ao escolher ativos que flutuam em direções distintas. Na medida em

que o investidor consegue atingir este estado, chega à fronteira eficiente, ou seja, a linha imaginária na qual alcança o maior valor por um dado risco, ou o menor risco por um determinado valor, conforme evidenciado na figura 1 a seguir.

A fronteira contém todas as carteiras de ativos de tal forma que não exista outra, para qualquer quantidade de risco dada, que ofereça maior taxa de rentabilidade. No exemplo dado por Crouhy e Galai (2006) a carteira representada pelo ponto P do gráfico acima, possui a mesma quantidade de risco que a do ponto A, mas aquela possui maior expectativa de retorno em relação à esta. Assim sendo, não há nenhum portfólio com a mesma quantidade de risco que o ponto P com maior retorno. Uma vez que a carteira está contida nesta fronteira eficiente, representada pela curva não tracejada, um maior retorno só pode ser alcançado se, e somente se, crescer o risco da carteira. Da mesma forma, uma carteira menos arriscada só pode ser atingida se, e somente se, o retorno esperado for reduzido. A parte abaixo da curva contém todas as carteiras ou ativos ineficientes, que apresentam menor retorno para um dado nível de risco.

Embora as classificações dos diferentes tipos de risco a que se expõe uma instituição sejam diversas, Fortuna (2010) agrupou todos em seis categorias, usadas constantemente no mercado: Risco de crédito, risco de mercado, risco de liquidez, risco operacional, risco legal e risco moral.

O risco de crédito, ou risco de default, foco deste artigo, representa a possibilidade da perda pelo não pagamento de algum tipo de dívida que qualquer contraparte tenha assumido com uma instituição. Está intimamente relacionado com fatores internos e externos que podem prejudicar o pagamento do montante de crédito concedido e varia de acordo com o histórico da contraparte, ou serviço ou produto pelos quais este compromisso é adquirido. Pode surgir na venda ou aquisição de títulos a vencer, em operações de empréstimo ou com derivativos e pode ser considerado na divisão entre três grupos ao contemplar a contraparte; o risco do país, como no caso das moratórias de países latino-americanos, o risco político, quando não existem restrições ao fluxo livre de capitais entre países, estados e municípios, podendo ser originado de golpes militares, novas políticas econômicas e resultados de novas eleições, ou por fim o risco da falta de pagamento por pessoa física ou jurídica, quando uma das partes em um contrato

não pode mais honrar seus compromissos assumidos.

Com o objetivo de garantir a solvência do sistema financeiro, em 1975 foi constituído um fórum de autoridades de supervisão bancária pelos bancos centrais dos países do G-10 (Grupo dos Dez), para ampliar a colaboração internacional entre os órgãos responsáveis pela supervisão dos bancos, denominado Comitê de Supervisão Bancária da Basileia (Basel Committee on Banking Supervision).

Este comitê estabeleceu o Acordo de Basileia em 1988, com capital mínimo necessário para cobrir riscos e preservar a capacidade de pagamento das instituições financeiras, tendo como base de cálculo seus ativos, e sua composição considerando sua ponderação de risco, ou APR (Ativo Ponderado pelo Risco). O acordo foi firmado e assinado na Suíça, província de Basileia, por isso o nome.

Como principais críticas para a abordagem do risco de crédito no primeiro acordo, temos que não considera a classificação da operação ou do cliente e nem as taxas de recuperação do default. Não captura também o efeito concentração. Com isso, o comitê de Basileia reavaliou suas recomendações e publicaram um Novo Acordo, mais conhecido como Basileia II, reconhecendo a relevância de uso de modelos internos de avaliação em bancos para cálculo de capital exigido. Sua estrutura foi construída sobre três pilares, o requerimento mínimo de capital (Pilar 1), processo de revisão de supervisão bancária (Pilar 2) e disciplina de mercado, ou transparência na divulgação das informações (Pilar 3).

Em se tratando de risco de crédito, para determinação do capital alocado são considerados componentes que quantifiquem a probabilidade de inadimplemento (PD), a perda devida a um inadimplemento (LGD), exposição ao inadimplemento (EAD) e a maturação (M). Com isso a exigência é diretamente ligada à qualidade do crédito do banco. Tais componentes serão abordadas com mais detalhes no item “2.2 Mensuração de risco de crédito” a seguir.

Para Jorion (2003) pode-se admitir que os modelos de crédito encontram-se em um estado embrionário, mesmo que complexos, ainda não premiam os efeitos da diversificação, mesmo sabendo que a ausência de diversificação tem sido uma das principais causas de desastres bancários, não incentiva os bancos a agirem com prudência ao diversificarem empréstimos ou a desenvolverem sistemas de gestão de risco mais abrangentes neste aspecto. Ademais, há problemas como

escassez de dados, questões conceituais em aberto e dificuldades de validação, com isso o *backtesting* é mais difícil do que no caso de risco de mercado, com séries históricas mais curtas, ou eventos de crédito mais raros para instituições menores.

Por fim, aplicada em Basileia III, é importante citar a adaptação do conceito CVA (*Credit Valuation Adjustment*) para requerimento de capital para risco de crédito de contraparte, que é um ajuste associado à variação do valor dos derivativos em decorrência de variação da qualidade creditícia da contraparte.

## 2.2 MENSURAÇÃO DE RISCO DE CRÉDITO

O mercado utiliza constantemente a classificação de risco (rating) dada por instituições especializadas em análise de crédito, chamadas agências de rating, cujos serviços são utilizados como forma de avaliar o real risco de uma contraparte se tornar inadimplente.

Segundo Santos (2009), entre os fatores considerados por elas para avaliar empresas estão as perspectivas para a empresa e seu setor, o risco intrínseco ao país, o efeito do cenário político-econômico, participação dos sócios e sua qualidade de gerenciamento e estratégica, além de suas informações contábeis, como nível de liquidez e de endividamento, lucratividade operacional e rentabilidade. São exemplos de agências de rating Standard & Poors, Moody's e Fitch.

<b>Grade (Nível)</b>	<b>Rating (classificação)</b>	<b>Definição</b>
<i>Investment Grade</i> (Grau de Investimento)	Aaa	Obrigações com rating Aaa são as de melhor qualidade e sujeitas ao menor nível de risco de crédito.
	Aa1/Aa2/Aa3	Obrigações com rating Aaa são de boa qualidade e sujeitas a um nível de risco de crédito muito pequeno.
	A1/A2/A3	Obrigações com rating A são “upper-medium” e sujeitas a um nível baixo de risco de crédito.
	Baa1/Baa2/Baa3	Obrigações com rating Baa são “medium” e sujeitas a risco de crédito moderado. Portanto, podem apresentar certas características de especulativos.
<i>Non Investment Grade</i>	Ba1/Ba2/Ba3	Obrigações com rating Ba são especulativas e apresentam substancial risco de crédito.
	B1/B2/B3	Obrigações com rating B são consideradas especulativas e sujeitas a alto risco de crédito.
	Caa1/Caa2/Caa3	Obrigações com rating Caa são consideradas especulativas por uma pior constancia e sujeitas a alto risco de crédito.
<i>Default</i>	Ca	Obrigações com rating Ca são altamente especulativas e muito próximas do default (inadimplência), com alguma perspectiva de recuperação de principal e juros.
	C	Obrigações com rating C são as de pior qualidade e são praticamente em default, com pequena perspectiva de recuperação de principal e juros.

Os ratings dados pelas agências ordenam então o risco avaliado, do menor (Aaa) para o maior, conforme escala abaixo.

Quadro 1 — Comparativo entre ratings das três agências Fitch, Moody's e S&P.

<b>Fitch</b>	<b>Moody's</b>	<b>S&amp;P</b>
AAA	Aaa	AAA
AA	Aa	AA
A	A	A
BBB	Baa	BBB
BB	Ba	BB
B	B	B
CCC	Caa	CCC



---

CC	Ca	CC
C	C	D

Fonte: Elaboração própria e Nationally Recognized Statistical Rating Organizations – “NRSROs” [9]

O quadro acima apresenta a equivalência entre as 8 classificações disponíveis (letras). Essa equivalência de ratings é realizada qualitativamente em função das classificações e conceitos atribuídos nas escalas de rating. Cada classificação ou letra possui subníveis, conforme quadro abaixo da Moody’s, que contém também o conceito de cada classificação, semelhante entre as agências.

Adicionalmente, os ratings podem ser dados em escala global e local, sendo o primeiro comparável independente do país de avaliação, já o rating de escala local apresenta maior granularidade, principalmente em países nos quais a maior parte das empresas avaliadas tem classificação de alto risco na escala global. Ainda, os ratings globais consideram o efeito soberano, ou seja, o risco do país embutido e, por isso, estão sempre limitados ao rating soberano de origem.

O Acordo de Basileia II, ao reconhecer modelos internos para mensuração de risco de crédito e cálculo de capital exigido, adotou os componentes de risco de crédito como fundamentais para definição de grau de risco. Os componentes são três: PD, EAD e LGD. As definições seguem: O primeiro (PD) se refere à *probabilidade default ou de descumprimento* e aponta o percentual médio de devedores que resultam em default dentro de um grau de rating no percurso de um ano, o segundo (EAD) se trata de *exposure at default*, ou exposição no descumprimento, apresenta uma estimativa do montante possível de perda, ou seja, valores efetivos já utilizados, ou contingentes, em linhas de crédito não utilizadas, no momento da concretização do descumprimento. Por fim, o último (LGD) se refere ao *loss given default*, ou perda dado o descumprimento, e mostra o percentual em relação ao EAD observado que se pode perder em caso de *default*. Considera todos os fatos relevantes, inclusive descontos concedidos e custos associados à cobrança da obrigação. A multiplicação desses componentes resulta na perda esperada para a contraparte.

O modelo de Merton (1974) foi pioneiro como estrutural, ao aplicar a Teoria das Opções para precificar títulos. Fazendo um paralelo entre o modelo Black &

Scholes de precificação de opções e o Modelo de Merton, naquele temos o preço da ação que é utilizado, neste como o valor a mercado dos ativos, o *strike*, ou preço de exercício, seriam os passivos ou obrigações. A dívida da empresa dependeria essencialmente da taxa de retorno livre de risco, a probabilidade de não cumprir o contrato e provisões e restrições contidas no contrato.

Assim, é possível relacionar as variáveis de ambos modelos Merton e Black and Scholes seguindo o quadro abaixo.

Quadro 2 — Paralelo entre variáveis dos Modelos Black and Scholes e Merton

Black and Scholes	Merton
Preço da Ação	Ativo
Strike ou Preço de Exercício	Dívida
Volatilidade da Ação	Volatilidade do ativo
Preço da Opção	Equity ou Valor de Mercado

Fonte: Elaboração própria.

Como aprimoramento do modelo de Merton (1974), o modelo KMV, ou também conhecido como Credit Monitor de autoria da Moody's, surgiu no final da década de 80, e é uma metodologia comumente utilizada para medir o risco de crédito através do cálculo da probabilidade default de uma companhia, ou seja, quando esta como tomadora não possui capacidade ou vontade de cumprir suas obrigações, através de dados disponíveis no mercado.

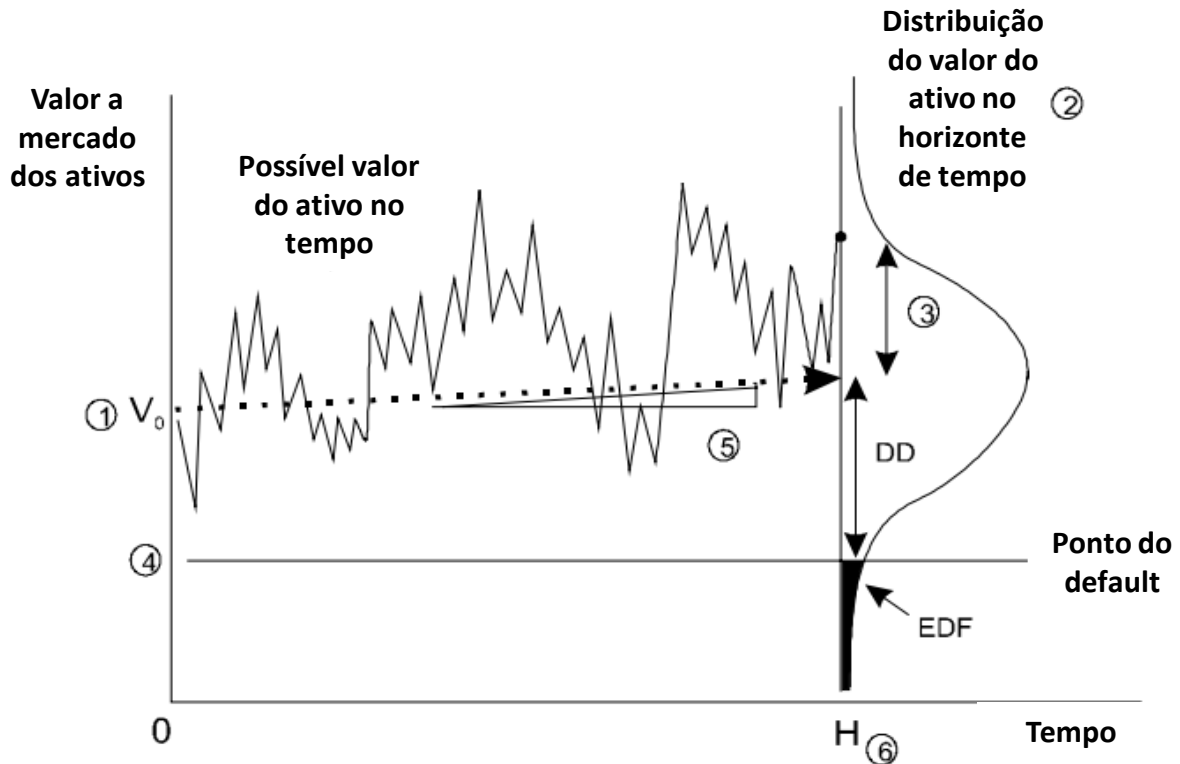
Estes modelos têm como premissas que o preço das ações reflete a expectativa do mercado, que por sua vez possui informações valiosas sobre a companhia, a volatilidade dessas ações reflete a volatilidade de seu equity, e o passivo, o tamanho de suas obrigações. Os ativos da empresa são comparados à mercadoria-objeto da opção que será entregue aos credores em caso de inadimplência por parte do devedor. Se o valor dos ativos for superior ao valor da dívida, há recebimento dos credores e caso contrário, os credores deverão entrar em processo para recuperação da dívida.

Segundo publicação da Moody's, seis variáveis são utilizadas para determinar a probabilidade default no horizonte de tempo entre o momento atual e o momento *H*:

- 1) O valor atual do ativo,

- 2) A distribuição do valor desse ativo no momento  $H$ ,
- 3) A volatilidade desse ativo no futuro no momento  $H$ ,
- 4) O nível para atingir o default, ou seja, o valor do passivo em demonstrações financeiras da companhia,
- 5) A expectativa de crescimento do valor dos ativos no horizonte de tempo,
- 6) A definição desse horizonte de tempo  $H$ .

Figura 2 — Probabilidade Default através do cálculo da Distância ao Default.



Fonte: BOHN, J.; CROSBIE, P. [14].

Assim, o EDF, ou Expected Default Frequency, é tratado quando o valor dos ativos pode alcançar um nível abaixo do ponto default, conseguimos mensurar assim, a probabilidade default para aquele horizonte de tempo definido.

A distância default (DD) é ilustrada abaixo, e se trata da distância entre valor esperado do ativo e o valor do ativo para o default:

$$\text{Distância Default: } \frac{[\text{Valor a mercado dos ativos}] - [\text{Nível para atingir o Default}]}{[\text{valor a mercado dos ativos}][\text{volatilidade do ativo}]}$$

Para seu cálculo, utiliza-se a equação abaixo:

$$DD = \frac{\ln V_A / X_t (\mu - \sigma_A^2 / 2) t}{\sigma_A \sqrt{t}} \quad (1)$$

Onde:

$DD$  é a distância do valor do ativo atual e o default,

$V_A$  é o valor a mercado do ativo,

$X_t$  é o valor do passivo em demonstrações financeiras da companhia,

$\mu$  é a expectativa de retorno do ativo,

$\sigma_A$  é a volatilidade do ativo,

$t$  é o horizonte de tempo.

Como vantagens do modelo, temos que pode ser facilmente aplicado a qualquer companhia pública, e utilizar dados disponíveis de mercado. Como desvantagens [13] pode-se citar que o modelo assume a normalidade dos retornos do ativo, sendo que nem sempre verificamos esse comportamento, tem limitações de aplicabilidade em empresas privadas, não olha colaterais e não observa se a alavancagem da empresa é constante. Além disso, ao assumir a eficiência das informações disponíveis aos agentes de mercado que refletem o preço da ação, não considera que agentes detentores de ações têm interesses de retorno que nem sempre coincidem com o horizonte de tempo escolhido para o cálculo do EDF. Adicionalmente, capacidade para cumprir com obrigações e pagar empréstimos podem estar mais ligadas ao fluxo de caixa e recurso disponível para pagamento de juros e principal no vencimento, e não no retorno e dividendos que podem pagar aos acionistas.

Por fim, vale ressaltar a diferença entre dois conceitos de PD. A PD PIT, ou *Point-In-Time*, mostra a expectativa da taxa de default em realçai a um instante específico de tempo, já a PD TTC , ou *Through the cycle*, mostra a expectativa da taxa default de médio/longo prazo, considerando uma média entre ciclos bons e ruins.

Como exemplo, a Moody's adaptou seu modelo de cálculo de EDF para chegar a um valor de EDF TTC, ou *Through the cycle EDF* . O EDF TTC visa capturar a probabilidade default de um ano, é possível verificar que esta mensuração é mais estável e não suscetível aos ciclos de crédito, portanto sua percepção de risco não muda acentuadamente, e sim gradativamente.

### 3. METODOLOGIA

Foi utilizado o modelo de Merton para cálculo de probabilidade default ou de

inadimplência de nove empresas brasileiras de capital aberto no período entre início de 2010 e final de setembro de 2016 para confronto com as alterações de rating das agências externas.

As nove empresas escolhidas são de diversos setores, e apresentaram deterioração durante o período observado: Braskem (Petroquímica), CSN (Metalurgia), Gerdau (Metalurgia), Gol (Aviação), Marfrig (Alimentos), Oi (Telecomunicações), Petrobras (Petróleo e Gás), Usiminas (Metalurgia) e Vale (Minério de Ferro).

Os dados de entrada necessários de coleta foram: 1. Preço das ações, 2. Dívidas de curto prazo e de longo prazo, 3. Quantidade de ações no mercado (para multiplicar pelo preço das ações e alcançar no valor do Equity), 4. Ratings externos e suas alterações pelas três agências e 5. Taxa meta da Selic, além de estabelecido o horizonte de tempo de 1 ano.

Os dados de entrada de mercado – preço das ações, equity e dívida – assim como as datas de alterações de rating das agências Moody's, S&P e Fitch foram extraídos da ferramenta disponível da Bloomberg. Com isso, para dados de demonstrações financeiras, a atualização foi dada trimestralmente com a divulgação por parte das empresas. Para fins de aplicação do modelo, a dívida de curto prazo foi considerada com valor multiplicado por um, e a dívida de longo prazo foi dividida pela metade, como forma de dar menor peso para esta, dado que a probabilidade estimada considera um default de um ano (curto prazo), tempo em que a empresa não deve liquidar toda a sua dívida de longo prazo, e sim ser uma aproximação simplificada dessa dívida de longo prazo num valor justo de um ano. O rating considerado para confronto com a probabilidade default calculada foi o rating de escala global, por considerar o risco soberano embutido, conforme descrito no item “2.2 Mensuração de risco de crédito”. Na ausência deste, foi considerado o rating de escala local.

Como taxa livre de risco, considerou-se a meta da taxa Selic ao ano. Com isso, para esta variável, a atualização foi dada com reuniões do COPOM para decisão, que ocorrem, geralmente, com distância de quarenta e cinco dias, e coletada no próprio site do Banco Central do Brasil.

Primeiramente, foi calculado o retorno logaritmo do preço das ações de cada

empresa, dia a dia, para assim calcular a volatilidade das ações através do modelo EWMA (*Exponentially weighted moving average*), mostrado na fórmula abaixo.

$$\sigma_D^2 = \lambda \sigma_{D-1}^2 + (1 - \lambda) r_{D-1}^2 \quad (2)$$

Onde:

$\lambda$  = lambda, ou peso dado à amostra,

$\sigma_D$  = volatilidade para o momento D

$\sigma_{D-1}$  = volatilidade calculada no momento D-1 (dia anterior)

$r$  = retorno logaritmo

Como peso para os valores mais recente, considerou-se um coeficiente  $\lambda$  no valor de 0,94, recomendado pelo *RiskMetrics* (JP Morgan), com a ressalva de que este corresponde ao mercado dos EUA, onde a volatilidade das ações tende a ser menor que no Brasil. A volatilidade encontrada foi anualizada tendo em vista o horizonte de tempo estabelecido.

Após cálculo das volatilidades das ações, foram estimados o valor do ativo e a volatilidade do ativo, através de resolução do sistema não linear abaixo, possível com utilização da ferramenta Solver do excel.

Sistema não linear de duas equações, resolvido para cada observação diária:

$$E_0 = V_0 N(d_1) - D e^{-rT} N(d_2) \quad (3)$$

$$E_0 = V_0 \sigma_V N(d_1) / \sigma_E \quad (4)$$

Onde:

$E_0$  = Equity (preço das ações multiplicado pela quantidade de ações no mercado)

$V_0$  = Valor do Ativo

$D$  = Valor do passivo (dívida de curto prazo somada pela metade da dívida de longo prazo)

$r$  = Taxa de juros livre de risco (taxa Selic)

$T$  = Horizonte de tempo (1 ano)

$\sigma_V$  = volatilidade do ativo

$\sigma_E$  = volatilidade EWMA da ação

$$d_1 = \frac{\ln(V_0/D - rT) + 1/2\sigma_V^2 T}{\sigma_V \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_V \sqrt{T}$$

É possível observar através das duas fórmulas do sistema não linear que foi assumida a normalidade na distribuição do valor do ativo no momento  $T$ . A dívida de longo prazo foi dividida pela metade, conforme recomendação do modelo KMV, e como simplificação para a consideração de que no momento do default, a dívida de longo prazo poderá ser considerada a valor presente naquele momento, e não pelo seu valor total.

Por fim, a partir da obtenção desses valores estimados, foi possível calcular o valor de PD (probabilidade default) para cada dia, considerando o horizonte de tempo de um ano, a partir da fórmula 05 abaixo.

$$PD = N(-d_2) \tag{5}$$

Os cálculos foram realizados para todos os dias para se encontrar um valor de PD dia a dia para as empresas observadas.

#### 4. RESULTADOS

A partir da metodologia acima, foram encontrados valores de PD para o histórico dos seis anos coletados para as nove empresas brasileiras. Com isso, estes valores foram confrontados com alterações de rating dentre as três agências Moody's, S&P e Fitch.

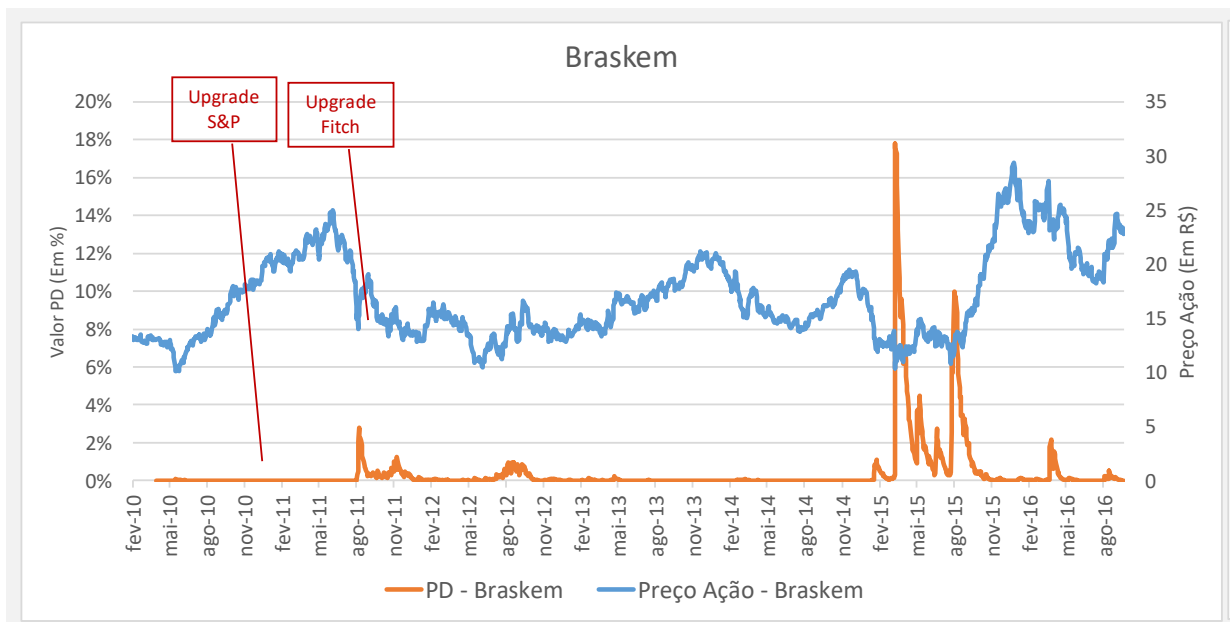
Os gráficos abaixo ilustram as alterações de PD, preço da ação e alterações de ratings pelas agências externas. É possível concluir que o modelo ajuda a prever *downgrades* dados pelas agências, através da piora da PD detectada pelo modelo.

Todas as empresas apresentaram previsão de piora do rating de agências para parte da amostra coletada, porém, o modelo não previu piora antes de todos os *downgrades*, falhando na previsão em alguns momentos.

Nos gráficos abaixo, as linhas laranjas se referem à probabilidade default do modelo (eixo primário), as linhas azuis são o preço de fechamento da ação em reais para a data (eixo secundário), e os quadros vermelhos indicam quando houve alteração de rating por agência externa. Estes gráficos são seguidos pelos gráficos com informações de volatilidade calculada para a ação (EWMA), o valor do Equity (preço da ação x quantidade) e o valor da dívida (dívida de curto prazo mais dívida de longo prazo dividida pela metade) da empresa para o mesmo período.

Assim, é possível observar a deterioração ou melhora da empresa, ilustradas pelo valor de PD dos gráficos, e a relação com demais parâmetros apresentados nos gráficos. Por exemplo, em momentos em que a dívida aumenta, o Equity diminui, e a ação da empresa apresenta maior volatilidade, o valor de probabilidade de inadimplência (PD) da empresa aumenta.

Figura 3 — Evolução PD e alterações de rating – Braskem.  
 Fonte: Elaboração própria e Bloomberg.



Braskem: Alterações de rating durante o período: Nov-11 (Fitch) e Mar-11 (S&P).  
 Figura 4 — Evolução volatilidade EWMA da ação, Equity e Dívida (Braskem).



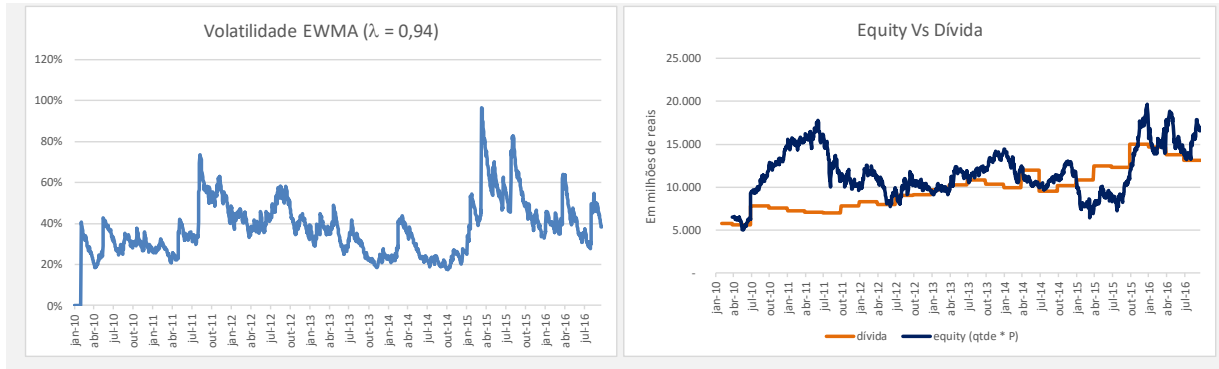
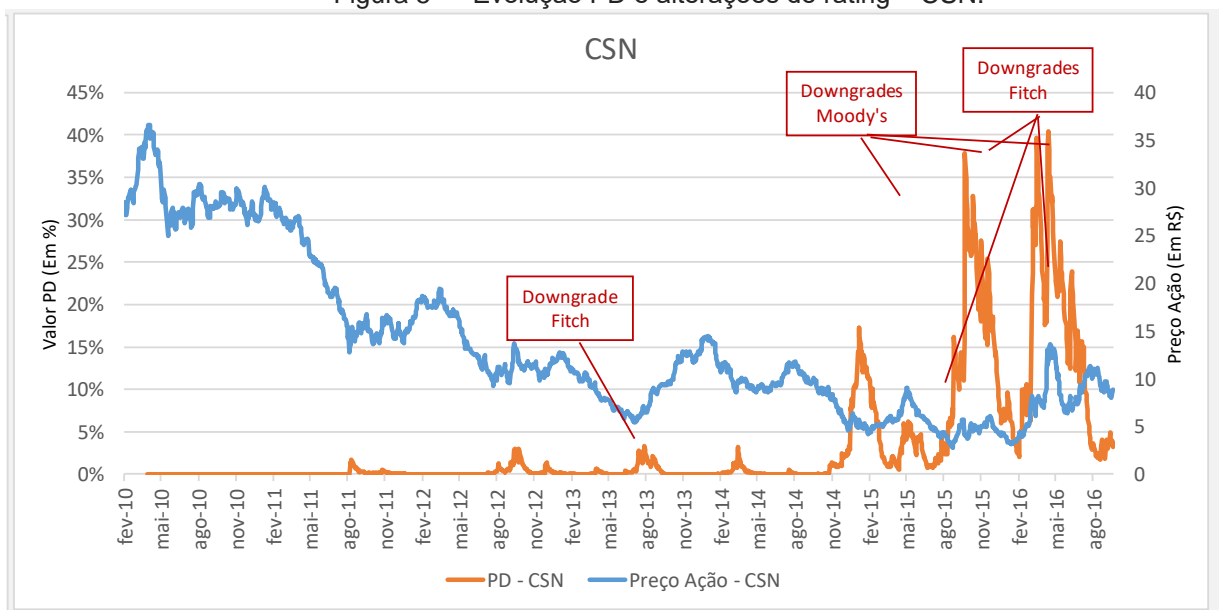


Tabela 1 – Informações no instante de pico da PD (Braskem).

	<b>Data de maior valor de PD</b>	<b>12/03/2015</b>
	<b>Valor de PD na data de pico</b>	<b>17,77%</b>
Dados de input	Preço da ação (data de pico PD)	R\$ 10,35
	Dívida de curto prazo (4º tri 2014)	R\$ 1.418,5 milhões
	Dívida de longo prazo (4º tri 2014)	R\$ 18.918,0 milhões
	Quantidade de ações (4º tri 2014)	624,2 milhões
	Taxa Selic Meta (data de pico da PD)	12,75% a.a.
Dados calculados	Volatilidade da Ação (EWMA)	96,21% a.a.
	Equity (data de pico da PD)	R\$ 6.461 milhões
	Dívida [Curto prazo + (Longo prazo)/2]	R\$ 10.878 milhões
Valores Estimados via Solver	Valor Ativo	R\$ 15.705,1 milhões
	Volatilidade do ativo	43,4% a.a.

Figura 5 — Evolução PD e alterações de rating – CSN.



Fonte: Elaboração própria e Bloomberg.

CSN: Alterações de rating durante o período: Jul-13 (Fitch), Abr-15 (Moody's), Jun-15 (Fitch),

Set-15 (Fitch), Out-15 (Moody's), Fev-16 (Fitch) e Fev-16 (Moody's).

Figura 6 — Evolução volatilidade EWMA da ação, Equity e Dívida (CSN).

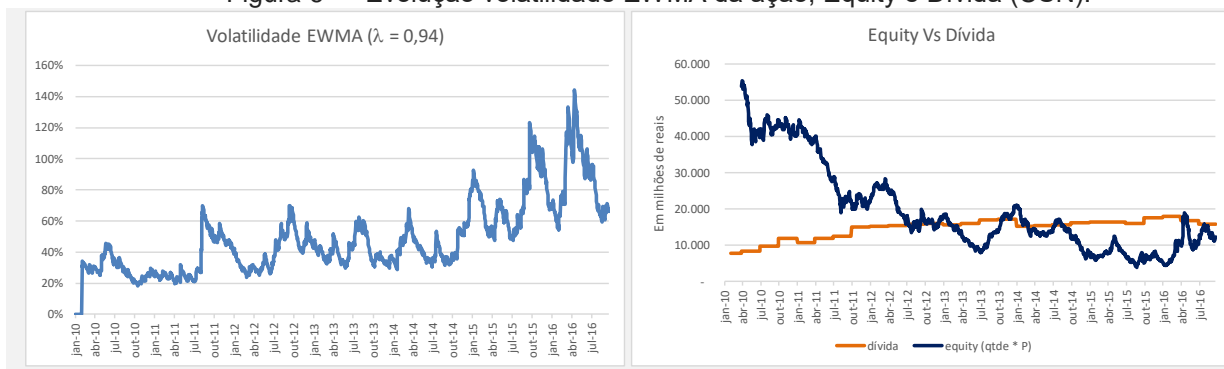
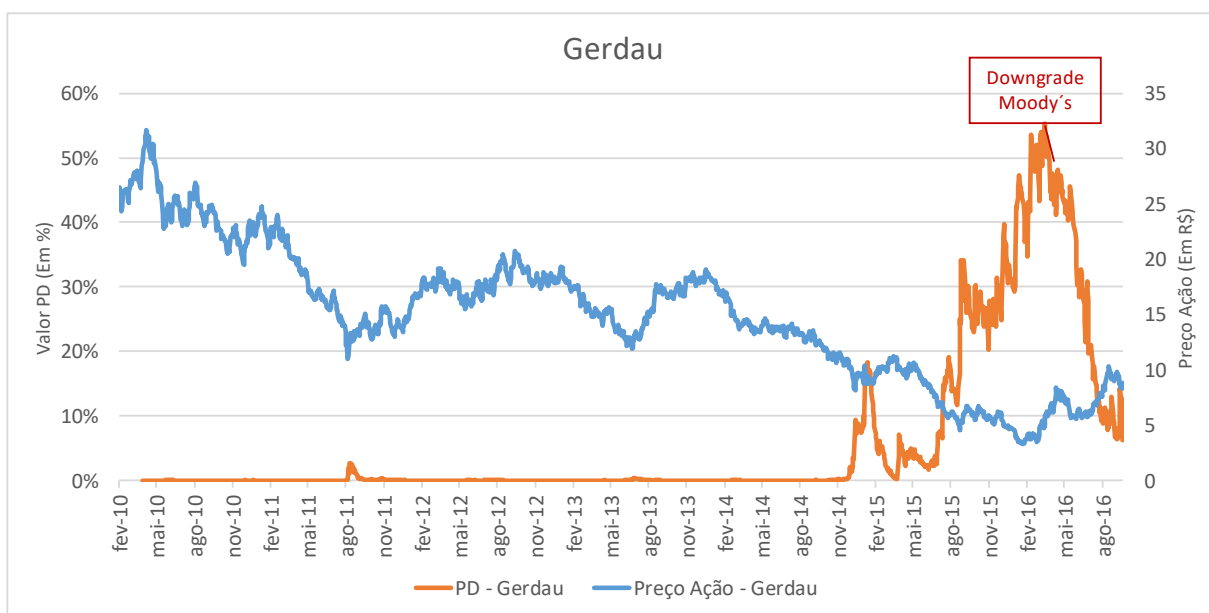


Tabela 2 – Informações no instante de pico da PD (CSN).

	<b>Data de maior valor de PD</b>	<b>15/04/2016</b>
	<b>Valor de PD na data de pico</b>	<b>40,47%</b>
Dados de input	Preço da ação (data de pico PD)	R\$ 11,92
	Dívida de curto prazo (4º tri 2014)	R\$ 1.459,8 milhões
	Dívida de longo prazo (4º tri 2014)	R\$ 30.561,1 milhões
	Quantidade de ações (4º tri 2014)	1.387,5 milhões
	Taxa Selic Meta (data de pico da PD)	14,25% a.a.
Dados calculados	Volatilidade da Ação (EWMA)	144,06% a.a.
	Equity (data de pico da PD)	R\$ 16.539 milhões
	Dívida [Curto prazo + (Longo prazo)/2]	R\$ 16.740 milhões
Valores Estimados via Solver	Valor Ativo	R\$ 28.535,1 milhões
	Volatilidade do ativo	94,62% a.a.

Figura 7 — Evolução PD e alterações de rating – Gerdau.



Fonte: Elaboração própria e Bloomberg.  
Gerdau: Alterações de rating durante o período: Fev-16 (Moody's).

Figura 8 — Evolução volatilidade EWMA da ação, Equity e Dívida (Gerdau).

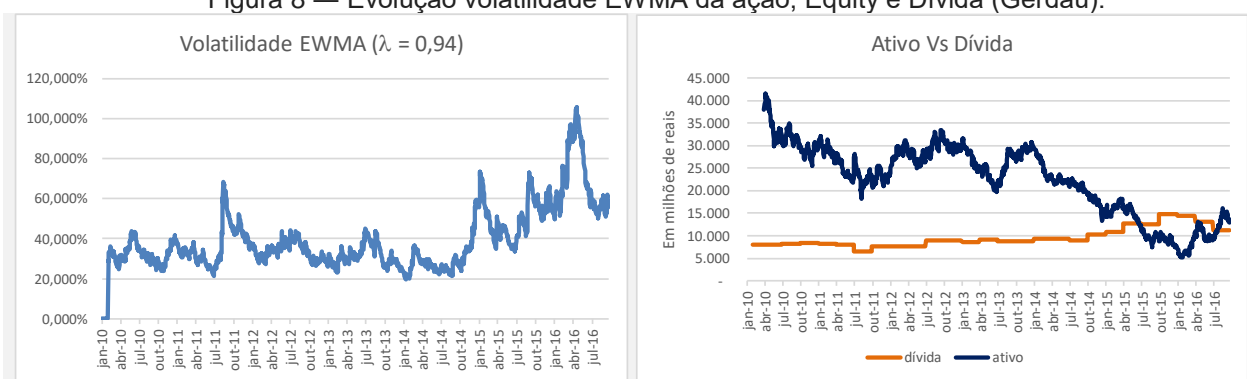
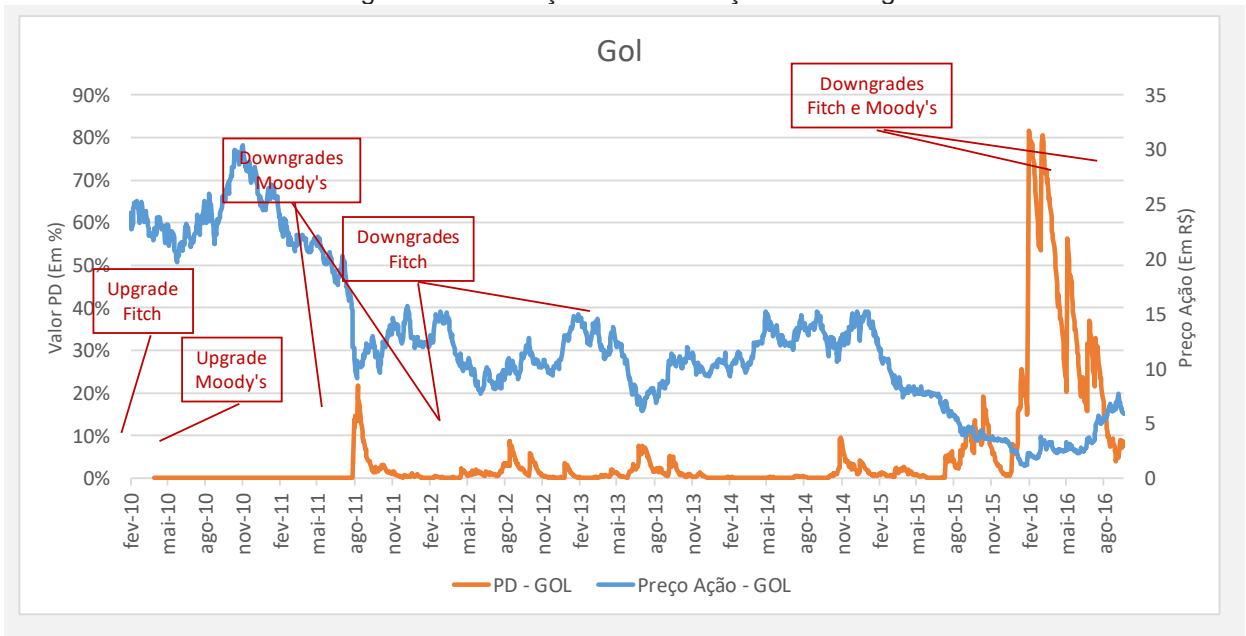


Tabela 3 – Informações no instante de pico da PD (Gerdau).

	<b>Data de maior valor de PD</b>	<b>16/03/2016</b>
	<b>Valor de PD na data de pico</b>	<b>55,26%</b>
Dados de input	Preço da ação (data de pico PD)	R\$ 5,00
	Dívida de curto prazo (4 <sup>o</sup> tri 2015)	R\$ 2.387,2 milhões
	Dívida de longo prazo (4 <sup>o</sup> tri 2015)	R\$ 24.073,6 milhões
	Quantidade de ações (4 <sup>o</sup> tri 2015)	1.575,3 milhões
	Taxa Selic Meta (data de pico da PD)	14,25% a.a.
Dados calculados	Volatilidade da Ação (EWMA)	93,32% a.a.
	Equity (data de pico da PD)	R\$ 7.877 milhões
	Dívida [Curto prazo + (Longo prazo)/2]	R\$ 14.424 milhões
Valores Estimados via Solver	Valor Ativo	R\$ 17.088,1 milhões
	Volatilidade do ativo	54,56% a.a.

Figura 9 — Evolução PD e alterações de rating – Gol.



Fonte: Elaboração própria e Bloomberg.

Gol: Alterações de rating durante o período: Mai-10 (Fitch), Jul-10 (Moody's), Ago-11 (Moody's), Abr-12 (Fitch e Moody's), Abr-13 (Fitch), Fev-16 (Fitch e Moody's) e Mai-16 (Fitch e Moody's).

Figura 10 — Evolução volatilidade EWMA da ação, Equity e Dívida (Gol).

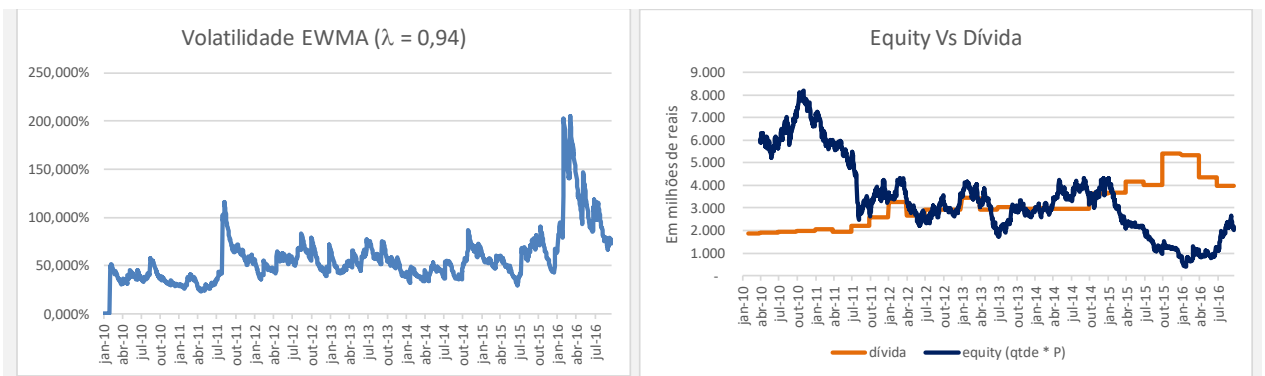
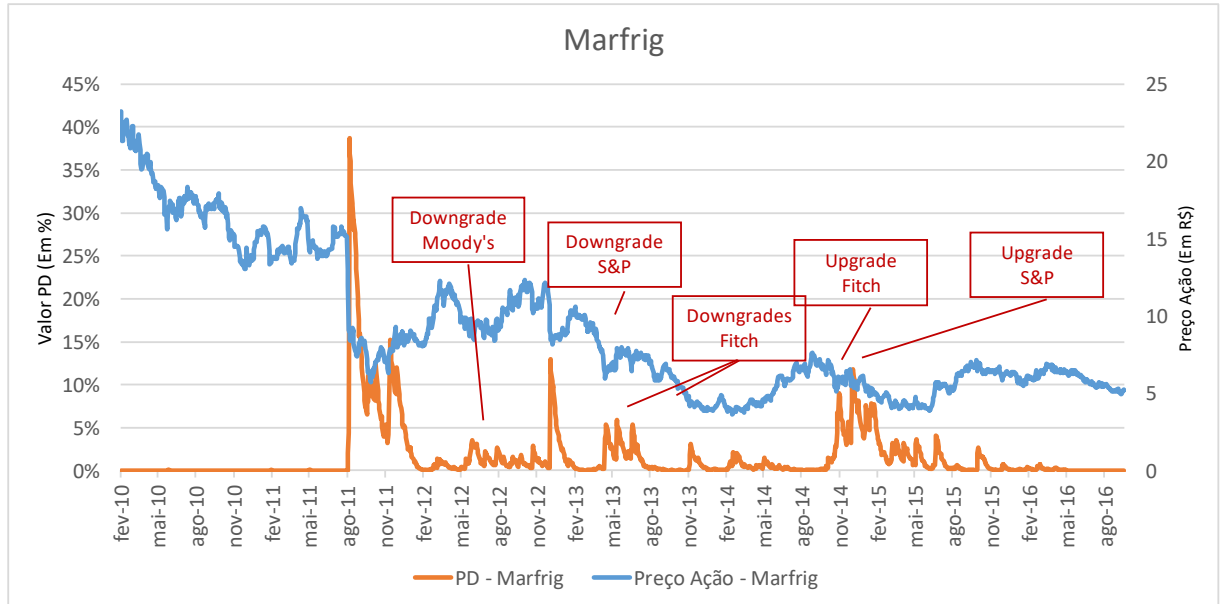


Tabela 4 – Informações no instante de pico da PD (Gol).

	<b>Data de maior valor de PD</b>	<b>03/02/2016</b>
	<b>Valor de PD na data de pico</b>	<b>81,60%</b>
Dados de input	Preço da ação (data de pico PD)	R\$ 2,16
	Dívida de curto prazo (4º tri 2015)	R\$ 1.396,6 milhões
	Dívida de longo prazo (4º tri 2015)	R\$ 7.908,3 milhões
	Quantidade de ações (4º tri 2015)	347,2 milhões
	Taxa Selic Meta (data de pico da PD)	14,25% a.a.
Dados calculados	Volatilidade da Ação (EWMA)	202,06% a.a.
	Equity (data de pico da PD)	R\$ 750 milhões

	Dívida [Curto prazo + (Longo prazo)/2]	R\$ 5.350,8 milhões
Valores Estimados via Solver	Valor Ativo	R\$ 3.096,8 milhões
	Volatilidade do ativo	94,51% a.a.

Figura 11 — Evolução PD e alterações de rating - Marfrig



Fonte: Elaboração Própria e Bloomberg.

Marfrig: Alterações de rating durante o período: Ago-12 (Moody's), Mai-13 (S&P), Jun-13 (Fitch), Nov-13 (Fitch), Out-14 (S&P) e Nov-14 (Fitch).

Figura 12 — Evolução volatilidade EWMA da ação, Equity e Dívida (Marfrig).

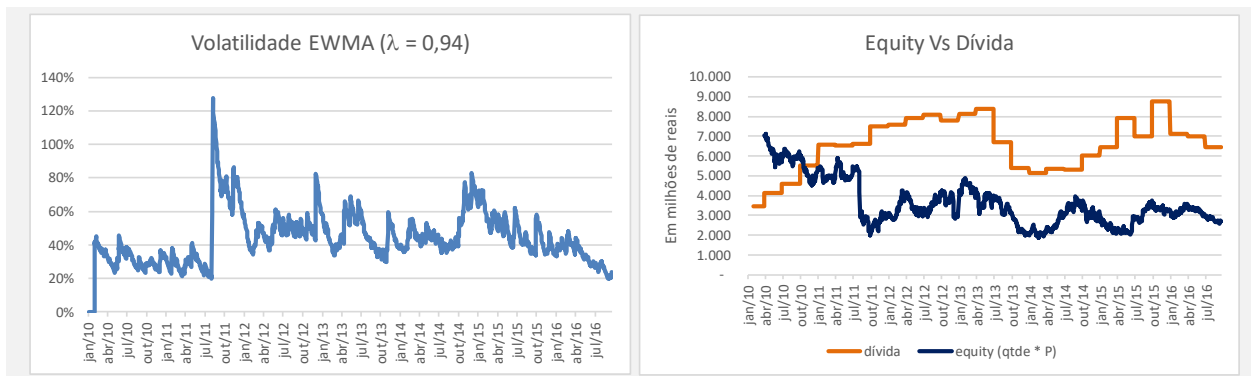
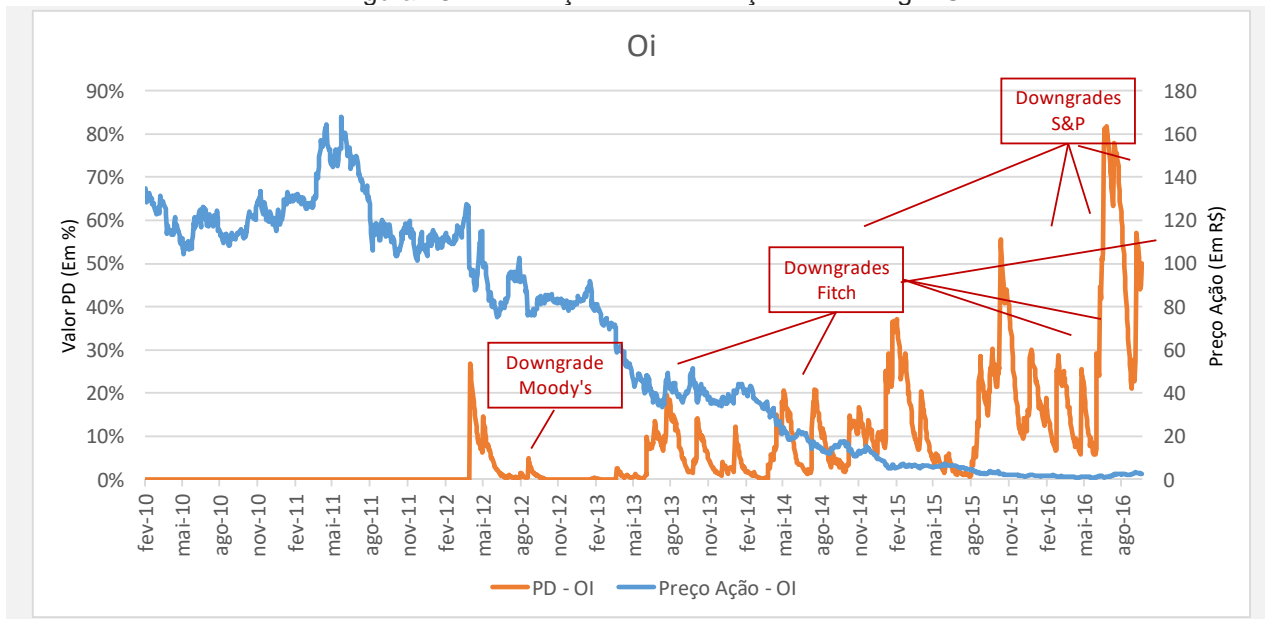


Tabela 5 – Informações no instante de pico da PD (Marfrig).

	<b>Data de maior valor de PD</b>	<b>09/08/2011</b>
	<b>Valor de PD na data de pico</b>	<b>38,76%</b>
Dados de input	Preço da ação (data de pico PD)	R\$ 8,99
	Dívida de curto prazo (2ºtri 2011)	R\$ 2.513,1 milhões
	Dívida de longo prazo (2ºtri 2011)	R\$ 8.203,3 milhões

Dados calculados	Quantidade de ações (2º tri 2011)	347,0 milhões
	Taxa Selic Meta (data de pico da PD)	12,50% a.a.
	Volatilidade da Ação (EWMA)	127,66% a.a.
Valores Estimados via Solver	Equity (data de pico da PD)	R\$ 3.119,4 milhões
	Dívida [Curto prazo + (Longo prazo)/2]	R\$ 6.614,8 milhões
Valores Estimados via Solver	Valor Ativo	R\$ 8.257,5 milhões
	Volatilidade do ativo	59,49% a.a.

Figura 13 — Evolução PD e alterações de rating – Oi.



Fonte: Elaboração própria e Bloomberg.

Oi: Alterações de rating durante o período: 2011 (S&P), 2012 (Moody's), 2013 (Fitch – 1 e S&P - 1), 2014 (S&P - 2), 2015 (Fitch) e 2016 (S&P – 5, Fitch – 5 e Moody's - 2).

Figura 14 — Evolução volatilidade EWMA da ação, Equity e Dívida (Oi).

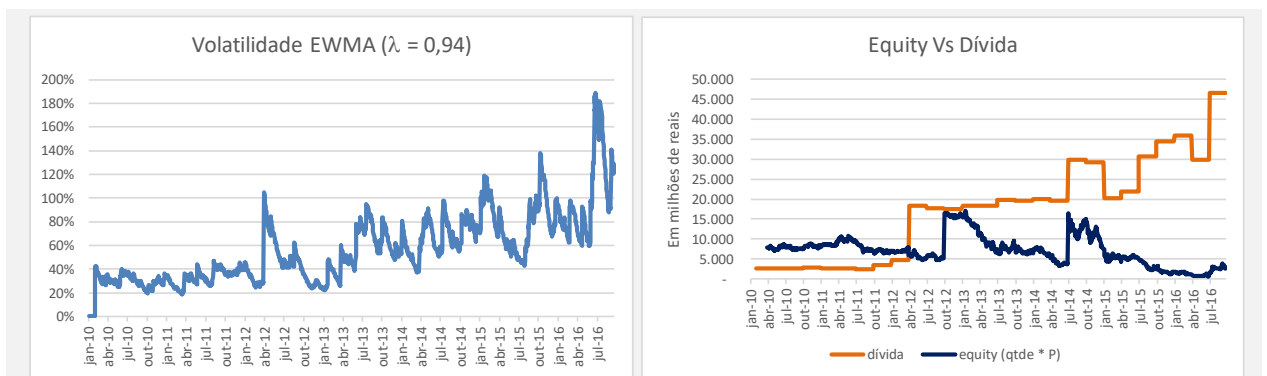
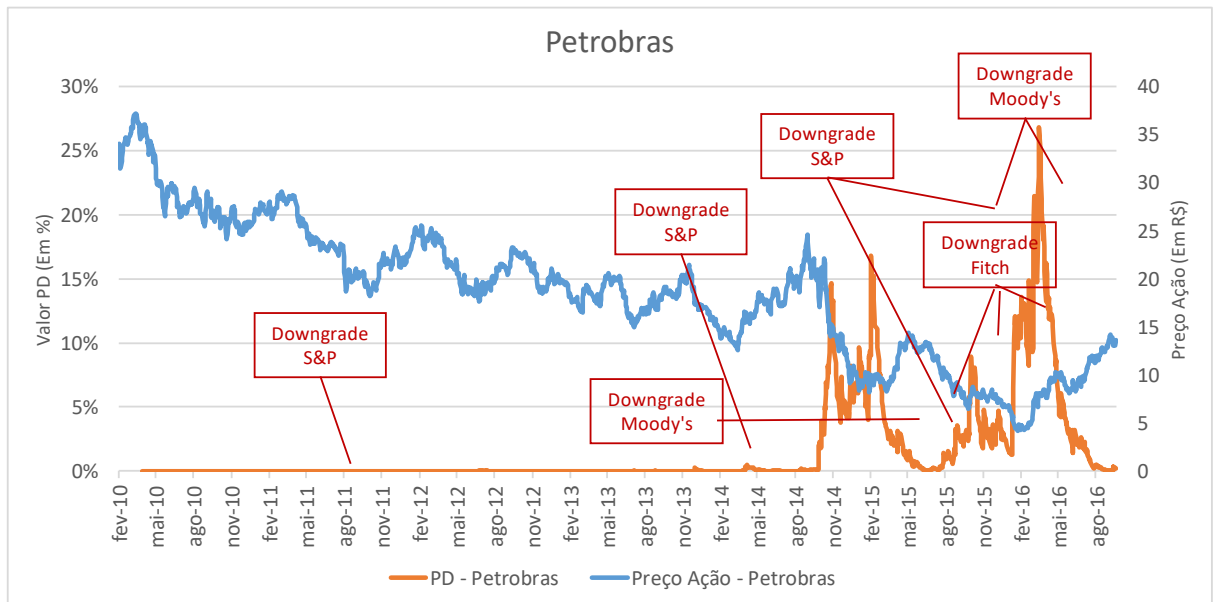


Tabela 6 – Informações no instante de pico da PD (Oi).

<b>Data de maior valor de PD</b>	<b>27/06/2016</b>
<b>Valor de PD na data de pico</b>	<b>81,87%</b>

Dados de input	Preço da ação (data de pico PD)	R\$ 1,10
	Dívida de curto prazo (1º tri 2016)	R\$ 8.072,4 milhões
	Dívida de longo prazo (1º tri 2016)	R\$ 43.566,4 milhões
	Quantidade de ações (1º tri 2016)	767,7 milhões
	Taxa Selic Meta (data de pico da PD)	14,25% a.a.
Dados calculados	Volatilidade da Ação (EWMA)	188,57% a.a.
	Equity (data de pico da PD)	R\$ 844,4 milhões
	Dívida [Curto prazo + (Longo prazo)/2]	R\$ 29.855,6 milhões
Valores Estimados via Solver	Valor Ativo	R\$ 20.767,3 milhões
	Volatilidade do ativo	28,76% a.a.

Figura 15 — Evolução PD e alterações de rating – Petrobras.



Fonte: Elaboração própria e Bloomberg.

Petrobras: Alterações de rating durante o período: Nov-11 (S&P), Mar-14 (S&P), Fev-15 (Fitch), Set-15 (S&P), Dez-15 (Fitch – 1 e Moody's – 1) e Fev-16 (S&P – 1 e Moody's – 1) e Mai-16 (Fitch).

Figura 16 — Evolução volatilidade EWMA da ação, Equity e Dívida (Petrobras).

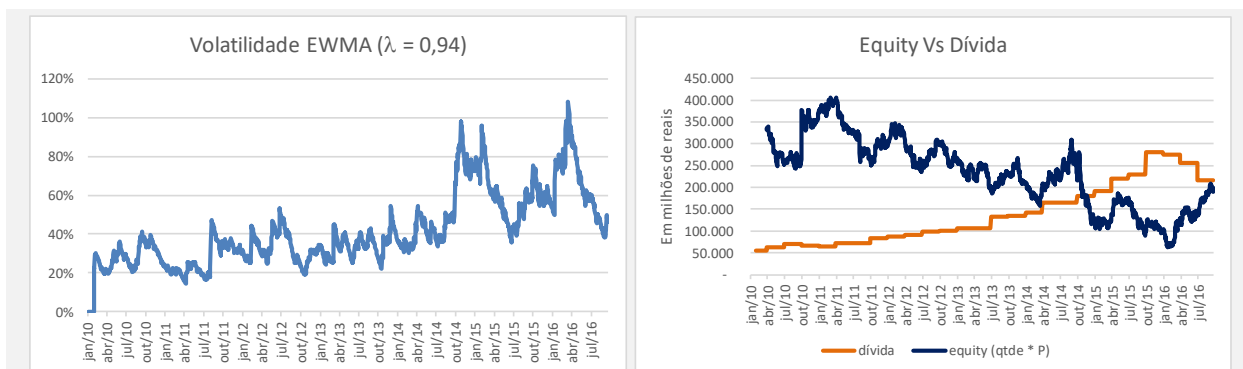
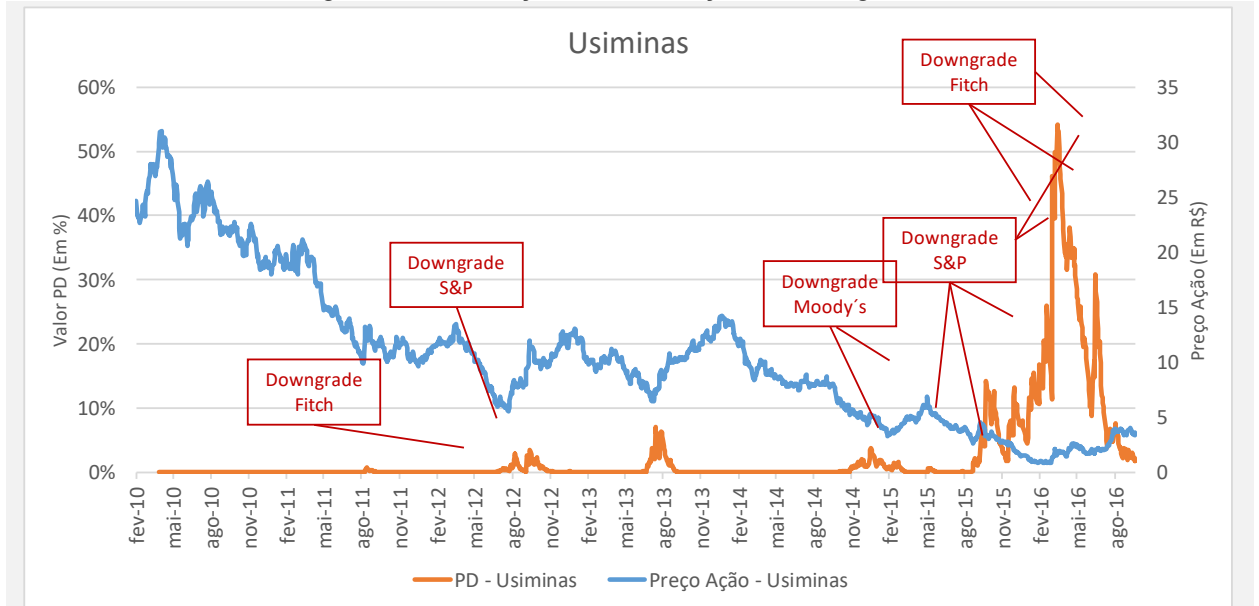


Tabela 7 – Informações no instante de pico da PD (Petrobras).

	<b>Data de maior valor de PD</b>	<b>18/03/2016</b>
	<b>Valor de PD na data de pico</b>	<b>26,84%</b>
Dados de input	Preço da ação (data de pico PD)	R\$ 8,12
	Dívida de curto prazo (1º tri 2016)	R\$ 57.382,0 milhões
	Dívida de longo prazo (1º tri 2016)	R\$ 435.567,0 milhões
	Quantidade de ações (1º tri 2016)	15.121,7 milhões
	Taxa Selic Meta (data de pico da PD)	14,25% a.a.
Dados calculados	Volatilidade da Ação (EWMA)	108,07% a.a.
	Equity (data de pico da PD)	R\$ 122.788,4 milhões
	Dívida [Curto prazo + (Longo prazo)/2]	R\$ 275.115,5 milhões
Valores Estimados via Solver	Valor Ativo	R\$ 347.217,5 milhões
	Volatilidade do ativo	44,63% a.a.

Figura 17 — Evolução PD e alterações de rating – Usiminas.



Fonte: Elaboração própria e Bloomberg.

Usiminas: Alterações de rating durante o período: 2012 (S&P – 1 e Fitch - 1), 2015 (S&P – 3, Fitch – 2 e Moody's – 2) e 2016 (S&P – 3, Fitch – 3, Moody's – 1).

Figura 18 — Evolução volatilidade EWMA da ação, Equity e Dívida (Usiminas).



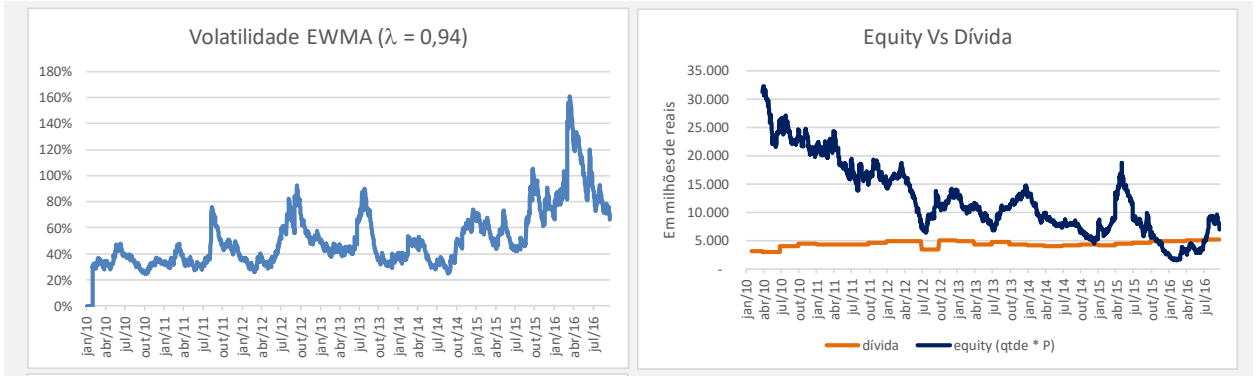
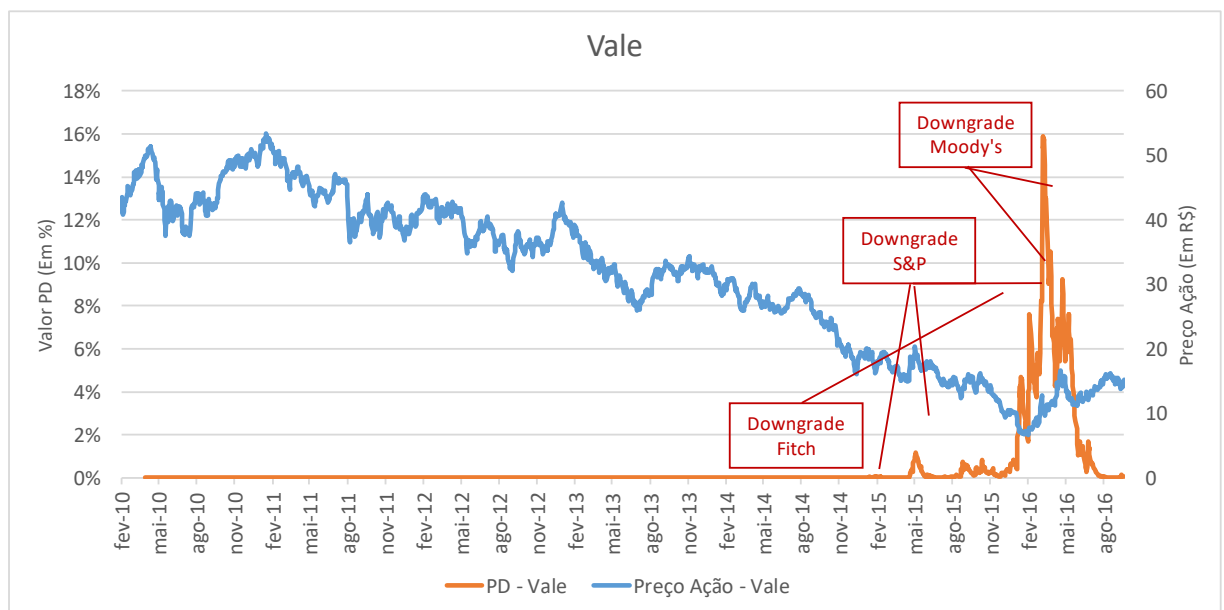


Tabela 8 – Informações no instante de pico da PD (Usiminas).

	<b>Data de maior valor de PD</b>	<b>16/03/2016</b>
	<b>Valor de PD na data de pico</b>	<b>54,22%</b>
Dados de input	Preço da ação (data de pico PD)	R\$ 1,70
	Dívida de curto prazo (4º tri 2015)	R\$ 1.911,5 milhões
	Dívida de longo prazo (4º tri 2015)	R\$ 5.957,2 milhões
	Quantidade de ações (4º tri 2015)	1.850,0 milhões
	Taxa Selic Meta (data de pico da PD)	14,25% a.a.
Dados calculados	Volatilidade da Ação (EWMA)	160,83% a.a.
	Equity (data de pico da PD)	R\$ 3.146,9 milhões
	Dívida [Curto prazo + (Longo prazo)/2]	R\$ 4.890,1 milhões
Valores Estimados via Solver	Valor Ativo	R\$ 6.259,3 milhões
	Volatilidade do ativo	99,46% a.a.

Figura 19 — Evolução PD e alterações de rating – Vale.



Fonte: Elaboração própria e Bloomberg.  
 Vale: Alterações de rating durante o período: Jun-10 (Fitch), Nov-11 (S&P), Jan-15 (S&P),  
 Abr-15 (S&P), Dez-15 (Fitch -1 e Moody's -1), Jan-16 (S&P), Fev-16 (Moody's).

Figura 20 — Evolução volatilidade EWMA da ação, Equity e Dívida (Vale).

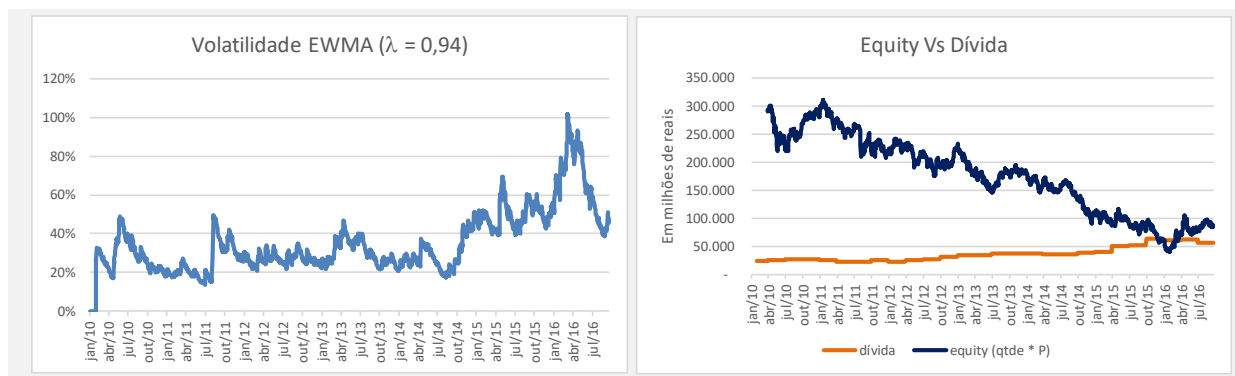


Tabela 9 – Informações no instante de pico da PD (Vale).

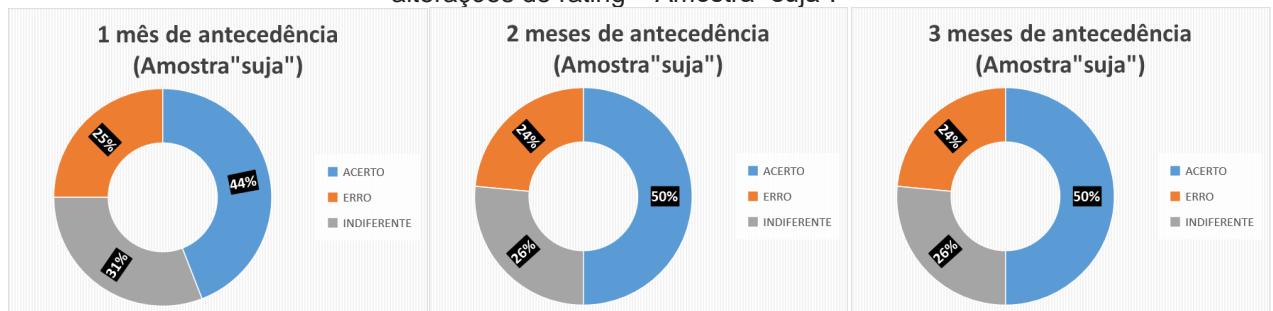
<b>Data de maior valor de PD</b>		<b>09/03/2016</b>
<b>Valor de PD na data de pico</b>		<b>15,89%</b>
Dados de input	Preço da ação (data de pico PD)	R\$ 10,88
	Dívida de curto prazo (4º tri 2015)	R\$ 9.788,4 milhões
	Dívida de longo prazo (4º tri 2015)	R\$ 102.878,3 milhões
	Quantidade de ações (4º tri 2015)	6.116,9 milhões
	Taxa Selic Meta (data de pico da PD)	14,25% a.a.
Dados calculados	Volatilidade da Ação (EWMA)	101,86% a.a.
	Equity (data de pico da PD)	R\$ 66.552 milhões
	Dívida [Curto prazo + (Longo prazo)/2]	R\$ 61.227,6 milhões
Valores Estimados via Solver	Valor Ativo	R\$ 117.540,9 milhões
	Volatilidade do ativo	60,96 % a.a.

A partir das informações confrontadas, foi calculada a variação entre o valor de PD obtido no momento de alterações de rating e o valor obtido a um mês antes da alteração e dois meses antes da alteração, para testar o quanto o modelo reflete a deterioração da empresa antecedendo à alteração de rating.

Se a variação foi positiva, ou seja, a PD piorou, e houve o *downgrade*, foi considerado um acerto, se a variação foi negativa, e houve upgrade, foi considerado um acerto também. A mesma lógica foi aplicada para detectar os erros: se o modelo indicou piora da PD e houve upgrade dado por agência ou se houve variação

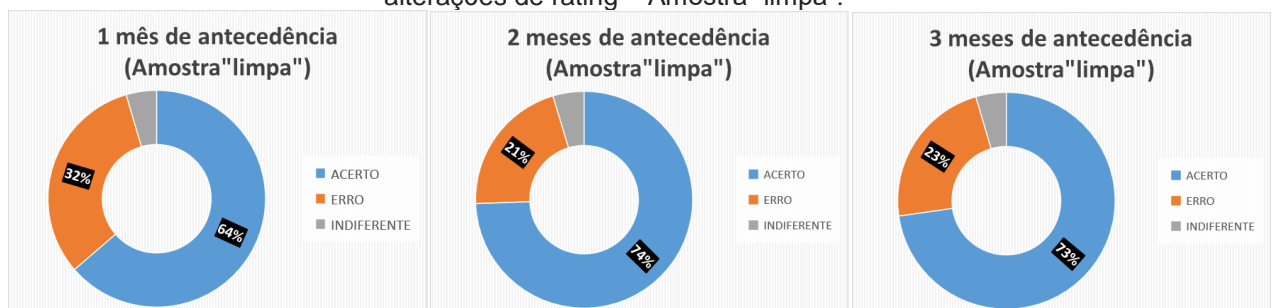
negativa em relação ao momento do *downgrade*. Se a variação calculada foi zero, não foram computados erros ou acertos, e sim resultados indiferentes no modelo, ou seja, este não detectou mudança na solvência da empresa que antecederesse alteração de rating. Com isso, foram obtidos os resultados dos gráficos abaixo, chamados de “amostra suja”.

Figura 21 — Taxa de acertos e erros na previsibilidade que o modelo apresentou para as alterações de rating – Amostra “suja”.



Foi possível perceber, observando a amostragem na sua totalidade para os gráficos “amostra suja” acima, que o modelo não tem percepção de piora em casos em que o patamar de PD já está próximo ao valor de 100%, ou seja, dos erros representados no gráfico 21 acima, muitos foram gerados por casos que, por exemplo, foram de 98% para 95% (indicando melhora da PD) em um ou dois meses antes de um *downgrade*. Tirando da amostra esses casos que apresentam valor de PD já acima de 90%, chegamos na “amostra limpa”, ou seja, sem as observações com valor de PD maior que 90%, obtendo-se os resultados abaixo, para obter reais conclusões sobre o modelo refletir a realidade.

Figura 12 — Taxa de acertos e erros na previsibilidade que o modelo apresentou para as alterações de rating – Amostra “limpa”.



Por fim, foi possível verificar que há maior assertividade observando dois meses ou três meses antecedentes à alteração de rating do que observando uma

janela de um mês do modelo, ou seja, o modelo é melhor interpretado observando uma janela maior no tempo.

Ainda, vale ressaltar que momentos em que o modelo apresentou piora ou melhora da qualidade creditícia, mas não houve alteração de rating por agência externa, não foram computados na análise. Como, por exemplo, o caso da Braskem em mar-15, que apresentou aumento da PD, chegando a 18%, mas como não houve alteração de rating por parte das agências, não foi possível contabilizar como erro, por poder se tratar de um indicativo de piora falso, dado que não houve *downgrade* nesta fase, ou mesmo uma deterioração de fato que as agências externas não capturaram.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Modelos estruturais que mensuram a capacidade de cumprimento de direitos e obrigações, apesar das limitações, apresentam efetividade ao serem confrontados com resultados obtidos de percepções de especialistas. Mesmo o modelo pioneiro de Merton de 1974 apresenta efetividade na interpretação das empresas nos dias atuais.

Foi escolhida uma amostra restrita da realidade brasileira de nove empresas que apresentaram muita liquidez de negociações (refletindo efetividade no preço e na volatilidade das ações) e a maioria com muitas alterações de *rating*, com destaque para *downgrades* no período observado. Se considerada uma amostra de empresas maior, poderiam ser detectados “erros” no modelo, indicando maior probabilidade de inadimplência em casos em que não houve *alterações*. O fator risco soberano também não é considerado explicitamente no modelo, e o rating alterado foi o global, que considera esse fator, porém, dada a previsibilidade que o modelo apresentou ao antecipar alterações de *rating*, é possível interpretar que a taxa livre de risco considerada como um dos dados de entrada pode já retirar esse efeito soberano na percepção do risco.

A correta mensuração da capacidade financeira, ilustrada na probabilidade de inadimplência de uma empresa, apresenta-se importante para a correta avaliação e precificação de operações, o que acaba reduzindo o risco de quebra do sistema financeiro.

Por fim, dada a previsibilidade de modelos estruturais, as agências externas classificadoras de *rating* podem apresentar avaliação tardia de risco em relação à real capacidade do momento observado, mesmo que modelos estruturais tenham como dados de entrada dados do passado.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- DAMODARAN, Aswath. 2007. *Avaliação de Empresas*. São Paulo: Pearson Prentice Hall.
- MARKOWITZ, Harry M. 1952. *Portfolio Selection*. Journal of Finance 7, 77-91.
- CROUHY, Michel; GALAI, Dan; MARK, Robert. 2006. *The essentials of Risk Management*, McGraw Hill.
- FORTUNA, Eduardo. 2010. *Mercado Financeiro: Produtos e Serviços*, Rio de Janeiro: Qualitymark.
- DUARTE, Antonio Marcos. *Risco: Definições, Tipos, Medição e Recomendações para seu Gerenciamento*. Disponível em: <http://www.risktech.com.br/pdfs/risco.pdf>.
- ANDREZO, Andrea Fernandes; LIMA, Iran Siqueira. 2002. *Mercado financeiro: aspectos históricos e conceituais*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning.
- JORION, Philippe. 2003. *Value at Risk: A Nova fonte de referência para gestão do risco financeiro*; tradução Thierry Barbe – 2ª edição ver. E ampli. – São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, p. 63.
- SANTOS, J.O. 2000. *Análise de Crédito – Empresas e Pessoas Físicas*. São Paulo: Editora Atlas.
- U.S. SECURITIES AND EXCHANGE COMMISSION. *Nationally Recognized Statistical Rating Organizations – “NRSROs”*. Disponível em: <https://www.sec.gov/ocr/ratingagency.html>. Acessado em Julho 2016.
- MOODY’S INVESTORS SERVICE. Julho 2016. *Rating Symbols and Definitions*. Disponível em: <https://www.moodys.com/sites/products/AboutMoodysRatingsAttachments/MoodysRatingSymbolsandDefinitions.pdf>. Acessado em Julho 2016.
- FINANCIAL STABILITY INSTITUTE. *Regulatory use of system-wide estimations of PD, LGD and EAD*, FSI Award Winning Paper: FSI, set. 2010. Disponível em: WWW.BIS.ORG.
- MERTON, Robert. 1973. *On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates*. Nova York, 2-5.
- DOS SANTOS, José Augusto Rodrigues e DOS SANTOS, José Odálio. 2009. *Análise do Modelo KMV na Gestão do Risco de Crédito*. REGE Revista de Gestão, USP.
- BOHN, J. e CROSBIE, P. 2003. *Modeling Default Risk: Modeling Methodology*. Moody’s KMV Company, 13-14.
- MOODY’S ANALYTICS. Agosto 2011. *Through-the-Cycle EDF Credit Measures*. Disponível em: <[http://www.moodysanalytics.com/~media/Microsites/ERS/2011/through-cycle-EDF/MoodysAnalytics\\_Through-the-Cycle%20EDF%20Measure%20Methodology%20Overview.pdf](http://www.moodysanalytics.com/~media/Microsites/ERS/2011/through-cycle-EDF/MoodysAnalytics_Through-the-Cycle%20EDF%20Measure%20Methodology%20Overview.pdf)>. Acessado em Julho 2016.